Методы решения заданий повышенной сложности ЕГЭ по теме: «Теория вероятностей»

Семанова Наталья Александровна, учитель математики МАОУ СОШ №13 г.Балаково Саратовской области

В 2022 году в варианты ЕГЭ по математике профильного уровня добавились новые задачи по теории вероятностей. По сравнению с теми, которые раньше были в варианте, это повышенный уровень сложности.

Разберем некоторые разновидности заданий №10.

Задача 1. Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

Решение:

Выпишем возможные исходы как тройки чисел так, чтобы в сумме получилось 6.

1 1 4 , 1 4 1, 4 1 1, <u>3 2 1</u>, <u>3 1 2</u>, <u>1 2 3</u>, <u>1 3 2</u>, <u>2 3 1</u>, <u>2 1 3</u>, 2 2 2 - всего 10 возможных исходов.

Благоприятные исходы подчеркнуты, их 6.

По определению вероятности получаем ***p = 6 : 10 = 0,6.***

Ответ: 0,6.

Задача 2. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

Решение:

Выпишем возможные варианты получения 8 очков в сумме:

2 и 6, 6 и 2, 3 и 5, <u>5 и 3</u>, 4 и 4.

Подходит только вариант 5 и 3. Вероятность этого события равна 1 : 5 = 0,2.

Ответ: 0,2

Задача 3. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают 2 фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Решение:

Всего в коробке 25 фломастеров. В условии не сказано, какой из фломастеров вытащили первым – красный или синий. Допустим, что первым вытащили красный фломастер.

Вероятность этого $\frac{9}{25}$, в коробке остается 24 фломастера, и вероятность вытащить вторым синий фломастер равна $\frac{10}{24}$.

Вероятность того, что первым вытащили красный, а вторым синий, равна $\frac{9}{25} \cdot \frac{10}{24} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$.

А если первым вытащили синий фломастер?

Вероятность этого события равна $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.

Вероятность после этого вытащить красный равна $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$, вероятность того, что синий и красный вытащили один за другим, равна $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{20}$.

Значит, вероятность вытащить первым красный, вторым синий или первым синий, вторым красный равна $\frac{3}{20} + \frac{3}{20} = 0,3$.

Ответ: 0,3.

Задача 4. Телефон передает смс - сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой следующей попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше 2 попыток.

Решение:

Сообщение удалось передать либо с первой попытки, либо со второй. Вероятность того, что сообщение удалось передать с первой попытки, равна 0,4. С вероятностью 0,6 с первой попытки передать не получилось.

Если при этом получилось со второй, то вероятность этого события равна 0,6 x 0,4 . Значит, вероятность того, что для передачи сообщения потребовалось не более 2 попыток, равна 0,4 + 0,4 x 0,6 = 0,4 + 0,24 = 0,64.

Ответ: 0,64

Задача 5. Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Решение:

Серия из четырёх испытаний Бернулли.

Событие У = {стрелок попал в мишень}, Р(У) = 0, 6.

Событие Н = {стрелок не попал в мишень}, Р (Н) = 1 - Р (У) = 0, 4.

Событие А = {УУНН} имеет вероятность Р (А) = $0,6^2 \times 0,4^2 = 0,0576$.

Ответ: 0,0576.

Задача 6. Стрелок в тире стреляет по мишени. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,3 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее

количество патронов нужно дать этому стрелку, чтобы вероятность поражения цели была не менее 0,6?
Решение:
Пусть у стрелка есть n патронов. Стрелок может поразить цель первым, вторым … ***n*-** ным выстрелом, и все эти исходы для нас благоприятны.
Не подходит только один исход – когда стрелок n раз стрелял и каждый раз был промах.
Вероятность промаха при одном выстреле равна 1 – 0,3 = 0,7.

Вероятность n промахов (из n выстрелов) равна $0{,}7^n$, а вероятность попасть с первого раза или сто второго ... или с n-ого выстрела равна $1 - 0{,}7^n$

По условию, $1 - 0{,}7^n \geq 0{,}6$, а $0{,}7^n \leq 0{,}4$

Если n = 2, то $0{,}7^2 = 0{,}49$ – не подходит;

Для n = 3 условие выполнено, $0{,}7^3 = 0{,}343 < 0{,}4$

Ответ: хватит 3 патронов.

Задача 7. В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».
Решение:
Пусть N – численность взрослого населения в городе (мужчин и женщин).
Количество взрослых мужчин в городе: 0,48N
Количество женщин в городе: 0,52N
Из них 0,15 x 0,52N = 0,078N женщин-пенсионеров,
Всего пенсионеров 0,126N,
Тогда количество мужчин-пенсионеров равно 0,126N – 0,078N = 0,048N.
Вероятность для случайно выбранного мужчины оказаться пенсионером равна отношению числа мужчин-пенсионеров к числу мужчин в городе, т.е. 0,048 N : 0,48N = 0,1.
Ответ. 0,1.
Задача 8. Игральную кость бросают до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысит число 3. Какова вероятность того, что для этого потребуется ровно 3 броска? Ответ округлите до сотых.

Решение:
Итак, как получилось, что ровно за 3 броска игральной кости сумма выпавших очков оказалась больше трех? Из этого следует, что за 2 броска сумма выпавших очков была меньше 3 или равна 3.

Если за 2 броска сумма выпавших очков была меньше 3, значит, она была равна 2, то есть первый раз выпала единица и второй раз тоже единица. Вероятность этого события равна $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.
Сколько же очков в этом случае должен дать третий бросок? Очевидно, что подойдет 2, 3, 4, 5, 6 – все, кроме 1.
Вероятность того, что при третьем броске выпадет число очков, не равное единице, равна $\frac{5}{6}$. Значит, вероятность того, что при первых двух бросках выпали единицы, а при третьем – не единица, равна $\frac{5}{216}$.
Рассмотрим также случай, когда сумма очков за первые 2 броска равна 3. Это значит, что выпали 2 и 1 или 1 и 2, то есть 2 благоприятных исхода из 36 возможных. Вероятность этого события равна $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.
При этом нам все равно, что выпадет при третьем броске: очевидно, что сумма очков при трех бросках будет больше трех.
Окончательно получаем $\frac{5}{216} + \frac{1}{18} = \frac{17}{216} \approx 0,08$

Ответ: 0,08